EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* ….022**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine conjugatul numărului complex $z = 2007i$.

(4p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului ABC, cu $A(6,0)$, $B(0,8)$ și $C(6,8)$.

(4p) **c)** Să se determine numerele $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$ să fie situate pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.

(4p) **d)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $(2-3i)(1+i)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{2}\cdot\sin\frac{\pi}{3}$.

(2p) **f)** Se consideră triunghiul MNP, cu $MN = 5$, $NP = 6$ și $PM = 7$. Să se calculeze $\cos M$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se găsească soluțiile reale ale ecuației $3^{x^2+x} = 9$.

(3p) **b)** Să se afle în câte moduri putem permuta elementele mulțimii $\{-1, 0, 1\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze numărul $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul $C_4^3 - A_3^1$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{-3, 1, 4, 6\}$ să fie impar.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = x^{2007} + x$.

(3p) **a)** Să se arate că $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x-1 & x \end{pmatrix} \middle| \, x > 0, A(x) \in M_2(\mathbf{R}) \right\}$ și matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_2 \in M$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei $A(2)$.

(4p) **c)** Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y)$, $\forall \, A(x), A(y) \in M$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă pentru $x, y \in (0, \infty)$, avem $A(x) = A(y)$, atunci $x = y$.

(2p) **e)** Să se arate că există $A(e) \in M$, astfel încât $A(x) \cdot A(e) = A(x), \forall \, A(x) \in M$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că pentru orice $A(x) \in M$, există $A(x') \in M$ astfel încât $A(x) \cdot A(x') = A(1)$.

(2p) **g)** Să se calculeze $A(2) + A^2(2) + A^3(2) + ... + A^n(2)$, pentru $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, cu $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ și $g(x) = \ln(1+x^2)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(0)$ și $g(0)$.

(4p) **b)** Să se arate că $f'(x) = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, $\forall \, x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că $g'(x) = 2f(x)$, $\forall \, x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se găsească ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **e)** Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f.

(2p) **f)** Să se demonstreze că pentru orice $x \le 0$, avem $f(x) \le 0$ și $g(x) \ge 0$.

(2p) **g)** Utilizând eventual rezultatul de la punctul **f)**, să se demonstreze că

$$\frac{x}{1+x^2} \le \ln(1+x^2), \ \forall \, x \le 0.$$